

# サンプリングモアレ法による橋梁たわみ計測

18B06780 佐々木英亮\*

2020/12/25

## 概要

橋梁のたわみ量を測定することは、橋梁の維持の都合上重要である。従来では橋梁には接触式の変位計がたわみ測定に用いられてきた。しかし、一般的な変位計では一点のみしか計測が出来ないため長大橋の場合には装置が膨大で複雑になることや、橋梁に直接設置しなければならないため高所では危険があるなど、問題がある。そこで、今回は写真撮影により簡易的に変位を測定する手法であるサンプリングモアレ法を橋梁モデルに適用し、その実用性を検証した。

*Keywords* : モアレ縞, 縞次数, 輝度, 位相シフト法, 間引き処理

## 1 導入

縞模様を2つ重ねると、モアレ縞とよばれる別の縞が現れる。モアレ縞の縞模様を解析することにより変位を計測する手法として、サンプリングモアレ法が知られている。

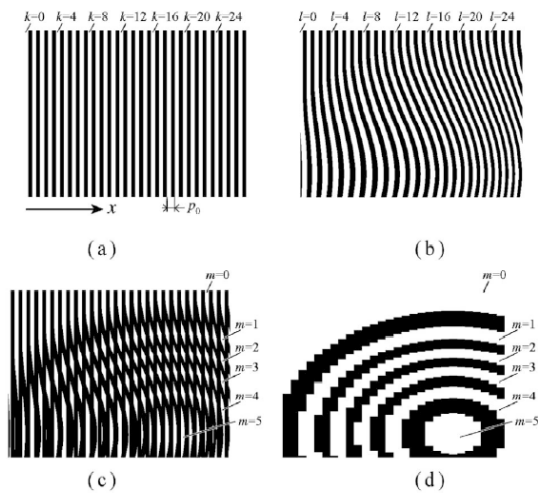


Fig. 1 Theoretical explanation of moiré appearance showing equal-displacement contours: (a) Reference grating; (b) Specimen grating; (c) Moiré fringe pattern obtained by superposing Figs. (a) and (b); (d) Moiré fringe pattern obtained by sampling of TV scanning lines or digital camera.

図 1: モアレ縞の発生 [1]

変位を測定する手法としては、変位計を使用する測定が一般的であるが、サンプリングモアレ法による変位の算出には以下のような利点が考えられる。

### 1. 変位分布を調査できる

変位計による測定は点計測手法であるため、変位分

布を調査するためには変位計を多数設置しなければならない。サンプリングモアレ法では、画像撮影を行うことで解析をするため、ある程度の範囲であれば変位分布を求めることも可能である。

### 2. 非接触状態で測定できる

変位計を使用した測定では変位計を測定する部材に接触させるが、サンプリングモアレ法は生成されたモアレ縞を撮影すればよいため、部材に接触せずに変位計測が可能である。したがって、高所などの悪環境でも結果の取得が可能である。

今回はサンプリングモアレ法を用いて、橋梁モデルの変位の計測を試みる。

## 2 背景

基準縞と基準縞から  $m$  個分ずれた縞が重なり縞が形成されているとする。この  $m$  を縞次数とよぶ。ここでは  $x$  方向に変位が生じているとして、 $x$  方向変位  $u$  は縞次数  $m$  を用いて

$$u = mp \quad (1)$$

と表される。

ここで、画像から得られる縞模様の輝度が波形とみなすとき、位置  $(x, y)$  での輝度値  $I(x, y)$  は、輝度振幅  $I_a(x, y)$  と背景輝度  $I_b(x, y)$  を用いて

$$I(x, y) = I_a(x, y) \cos[\phi(x, y)] + I_b(x, y) \quad (2)$$

と表される。ここで、縞次数  $m$  を位相  $\phi$  を用いて表すと

$$m = \frac{\phi}{2\pi} \quad (3)$$

より

$$u = \frac{p}{2\pi} \phi \quad (4)$$

\* 東京工業大学 環境・社会理工学院 土木・環境工学系

により変位が求められるから、位相  $\phi$  が求められればよい。

位相  $\phi$  を求める方法として、位相シフト法が代表的である。位相を  $\alpha$  だけ変化させたときの輝度は

$$I(x, y, \alpha) = I_a(x, y) \cos[\phi(x, y) + \alpha] + I_b(x, y) \quad (5)$$

ここで、 $\alpha = 2\pi/N$  とする。つまり 1 周期を  $N$  分割し、 $\alpha$  ずつシフトされた  $N$  枚の画像が得られたとする。 $n$  番目 ( $n = \{k|k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq N-1\}$ ) の縞の輝度は

$$I_n(x, y) = I_a(x, y) \cos \left[ \phi(x, y) + \frac{2\pi}{N}n \right] + I_b(x, y) \quad (6)$$

となる。

縞の初期位相  $\phi(x, y)$  はフーリエ級数展開により求める。(6) を展開して

$$\begin{aligned} I_n(x, y) &= I_a(x, y) \left[ -\sin \phi \sin \left( \frac{2\pi}{N}n \right) + \cos \phi \cos \left( \frac{2\pi}{N}n \right) \right] \\ &+ I_b(x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

フーリエ級数展開は下式で表される。

$$f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2k\pi\theta + b_k \sin 2k\pi\theta) \quad (8)$$

$$a_k = 2 \int_0^1 f(\theta) \cos 2\pi k\theta d\theta$$

$$b_k = 2 \int_0^1 f(\theta) \sin 2\pi k\theta d\theta$$

$k = 1$  に着目する。また、今回は輝度は離散的であるから積分形を書き換えて

$$a_1 = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f\left(\frac{n}{N}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (9)$$

$$b_1 = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f\left(\frac{n}{N}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (10)$$

したがって

$$I_a(x, y) \cos \phi = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} I_n(x, y) \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (11)$$

$$-I_a(x, y) \sin \phi = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} I_n(x, y) \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right) \quad (12)$$

より

$$\tan \phi(x, y) = -\frac{\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x, y) \sin\left(\frac{2\pi}{N}n\right)}{\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x, y) \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)} \quad (13)$$

から位相  $\phi$  を求めることができる。

位相  $\phi$  は  $-\pi$  から  $\pi$  の範囲をとるため、適宜  $2\pi$  を増減することで位相分布を表現できる。変形前と変形後の位相差  $\Delta\phi$  を調べて (4) に当てはめれば、変位量を求めることができる。

一般の位相解析では、以上の位相シフト法から位相を得るためには  $N$  枚の画像が必要になる。そこで、サンプリングモアレ法では、 $N$  画素ごとに間引き処理を行い、間引く位置を変えた  $N$  枚のパターンにより再現することでモアレ縞を表現している。間引かれた画素については、近傍の輝度値から線形補間することにより、元の画像と同じ解像度による処理を実現している。

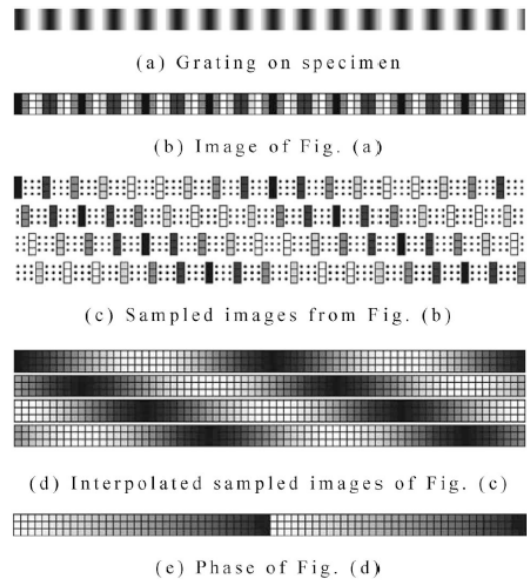


Fig. 4 Phase analysis by sampling moiré method.

図 2: 間引き処理と輝度補間による位相シフト法 [1]

### 3 方法

実験は図 3 の通り行った。

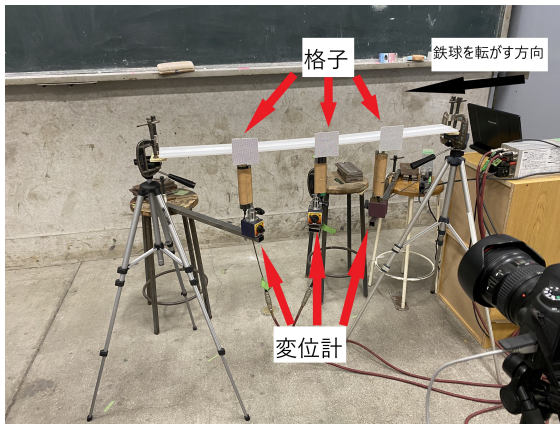


図 3: 実験実施状況

橋梁を模したアクリル板（長さ 1000mm, 幅 100mm, 厚さ 5mm, ヤング率 3.0GPa）の 3 箇所の地点に格子（格子ピッチ 2mm）を設置し、様々な質量の鉄球を上図正面右から左に転がしたときの挙動をカメラで一定間隔で連続撮影した。カメラの位置については中央の格子の正面とし、橋梁モデルからは 1,2m 程度の距離とした。鉄球は 43.4g, 63.8g, 174g の 3 種を用いた。

なお、結果を検証するために、各格子の真下に変位計を設置し、同時に変位を記録した。

撮影された画像については数値解析ソフトウェア MATLAB を用いて処理を行った。今回は格子範囲の変位は一樣であるとして、範囲内の変位の平均値をサンプリングモアレ法による計測値とした。

#### 4 結果

各格子の測定値を Ch.1,2,3 にて示す。各 Channel と格子の位置関係は図 4 の通り。

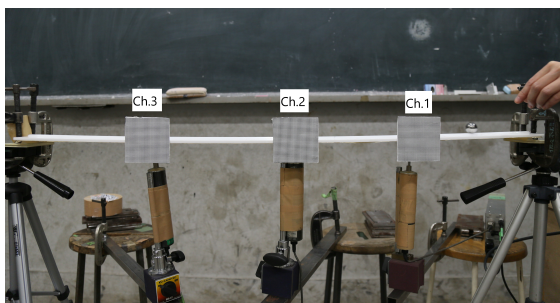


図 4: 各格子位置と結果の関係

3 種の質量に対して実験を行い、解析を実施した結果を示す。

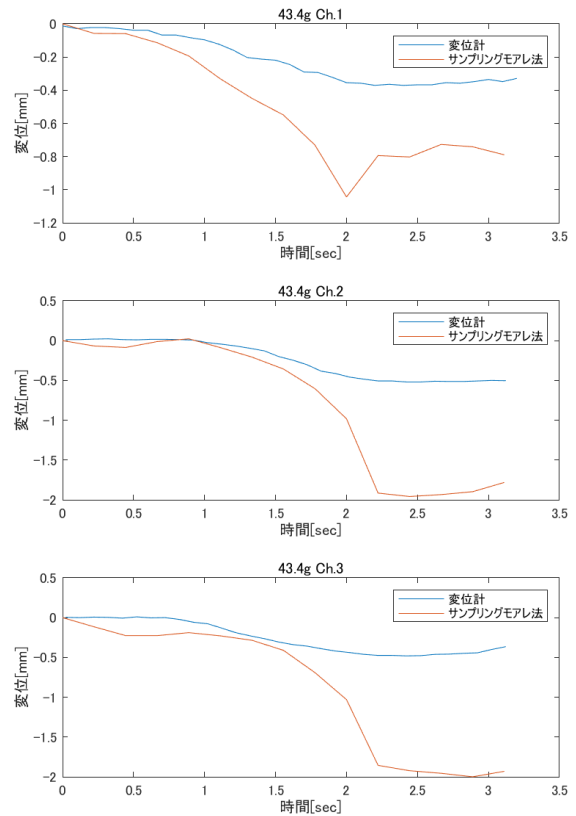


図 5: 質量 43.4g 鉄球での実験結果

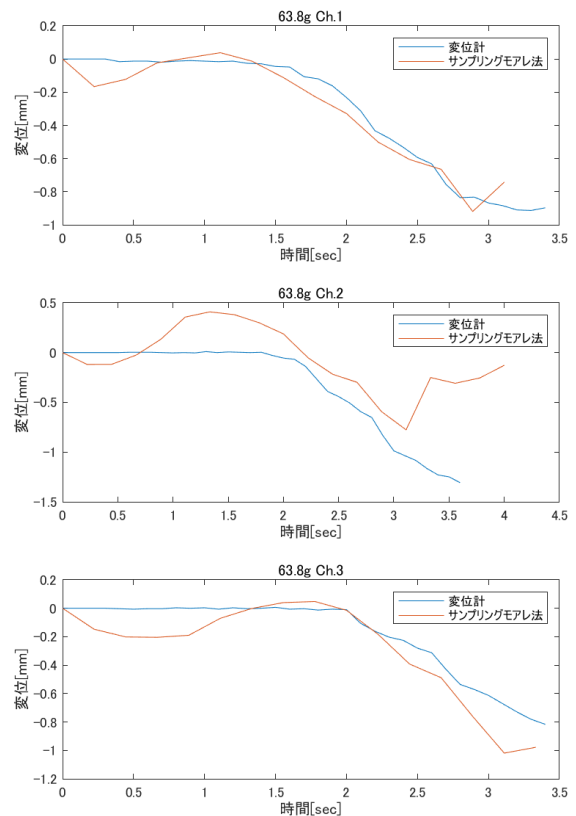


図 6: 質量 63.8g 鉄球での実験結果

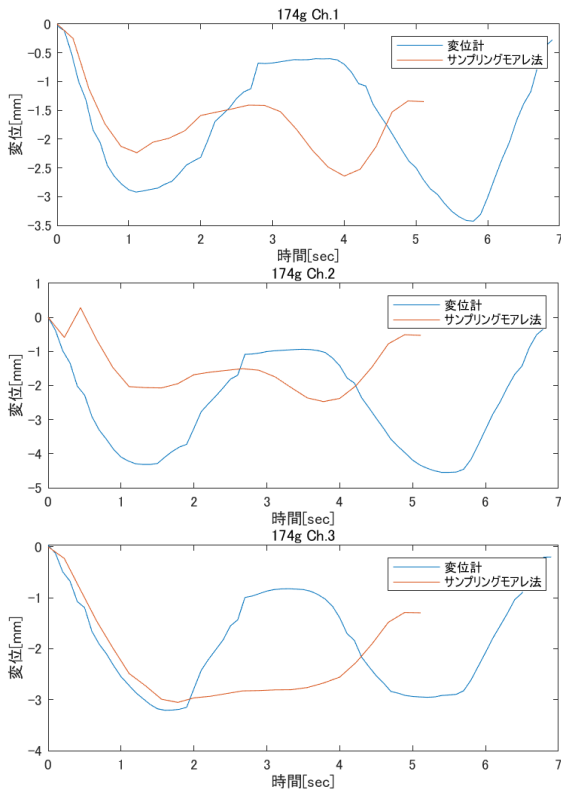


図 7: 質量 174g 鉄球での実験結果

なお,174g 鉄球の場合については,鉄球が重かったため,橋梁を正面から見て鉄球が右から左までいき右まで戻る様子を一連の流れとして撮影を行った。

## 5 考察

各質量パターンで比較したところ,63.8g 鉄球の場合ではおおよそ変位計と同じ値がとれたと考えられるが,43.4g と 174g 鉄球の場合では変位計の結果とはずれた結果となった。サンプリングモアレ法では,変位に合わせて適切な格子ピッチを選択することが求められる。ただし,近藤(2020)の実験結果によれば,63.8g 鉄球の場合は格子ピッチ 10mm の場合までよい結果が得られていたため,適切な格子ピッチにはある程度許容範囲があることが考えられる。そのため別の要因が考えられる。一つ考えられる要因としては,格子の切り取りによるものである。今回は,MATLAB を用いて画像のグレースケーリング,回転,切り取り等を一括で行った。そのときに,格子部分でない画素を切り取るために,背景色の推定を行い背景色と同じ画素を除く操作を機械的に行った。そこで,今回のような背景色が白色で格子模様の端も白色の場合,これらの操作を行う際に処理が困難になったと考え

られる。改善策としては,格子模様の端を黒色にする\*1,適切に端部処理を行うことが有効であると考えられる。

また,今回は Ch.2 格子の正面から撮影したが,Ch.2 以外の格子に関しても同じように計算することが出来たため,必ずしも格子を正面で撮影する必要はないだろう。

今回の実験では,橋梁モデルに格子を設置し撮影するという単純な工程で変位を得ることができた。ただし計測分野の都合上,変位算出には信用度が要求される。今回は変位計の値と比較して正しい値であるか否かの判断が出来たが,現場では変位の値の比較などできないため,変位の結果は信じるしかない。このため,実用に向けては一発で正確な値が求められる必要があり,安定性が必要だろう。また,計測手法として用いるためには,簡易でありかつ観測者により結果が左右されることがないことが要求される。そのため,今回の手法の実用化に向けては,より汎用的に適用できることが求められる。適切な格子ピッチや撮影距離などの指標を設定する必要があるだろう。

## 参考文献

- [1] 森本吉春, 藤垣元治, 榎谷明大:サンプリングモアレ法による変位・ひずみ分布計測, Journal of the Vacuum Society of Japan, Vol.54, No.1, pp.32-38, 2011
- [2] 飯田伊佐務, 佐藤浩幸, 中島富男, 李志遠, 津田浩, 引張試験によるサンプリングモアレ法のひずみ測定の有効性確認, 株式会社 IHI 検査計測 IIC REVIEW No.52, 2014

\*1 近藤(2020)の格子模様は端が黒色であり,私の結果よりよいものが得られている。