土木・環境工学系　過去問題

※注意点

一部，引用文などを消去するために文字認識させたうえで問題文を編集しています。文字認識エンジンのエラーに伴う誤字が含まれている可能性は否定できませんが，正しい形で出題されています。

また，午前の共通科目は建築学系が問題 I, III, IV を出題しています。土木・環境工学系からは問題 II (土木・数理学)のみです。そのためページ番号が 5, 6 となっています(乱丁ではありません)。問題 II 以外の共通科目については建築学系の過去問を参照してください。

筆答専門試験科目（午前）　　　　　　　　　　２９ 大修

建築学系，土木・環境工学系（共通科目） 時間　９：００～１０：３０

問題II（土木・数理学）

【注意事項（問題II）】

- 問題は，II-1～II-4 の４問から構成されている．すべての問題に解答し，導出の過程を明示すること．
- 解答にあたっては，II-1～II-4 のそれぞれに異なる解答用紙を用いること．
- 各解答用紙には必ず受験番号および問題番号を記入すること．
- II-1～II-4 の配点はそれぞれ 25 点，合計 100 点満点とする．

II-1　次の常微分方程式の一般解を求めよ．

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{dy}{dx}-6y=x$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x+y}$

II-2　3×3 の行列 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1&0&2\\0&1&2\\2&2&-1\end{bmatrix}$ が与えられたとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\mathbf{A}$ の固有値と大きさが 1 の固有ベクトルを求めよ．

(2) 行列に関する方程式 $\mathbf{A}^3+a\mathbf{A}^2+b\mathbf{A}+c\mathbf{E}=\mathbf{O}$ の係数 a,b,c を求めよ．

なお，$\mathbf{E}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，$\mathbf{O}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ である．

(3) $2\mathbf{A}^4-\mathbf{A}^3-19\mathbf{A}^2+11\mathbf{A}+16\mathbf{E}$ を求めよ．

（次のページに続く）

II-3　$0<x<3$，$0<t<\infty$ で定義される一次元熱伝導方程式

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$$

を境界条件 $u(0,t)=u(3,t)=0$，初期条件 $u(x,0)=f(x)$ のもと解くことを考える．なお，関数 $u(x,t)$ は有界である（開区間 $0<x<3$，$0<t<\infty$ において，$|u(x,y)|<M$ となる $M>0$ が存在する）．

(1)　方程式の解が $u(x,t)=X(x)T(t)$ という形式で表されるとして，与えられた境界条件のもと，方程式の解を求めよ．

(2)　$f(x)=5\sin 4\pi x-3\sin 8\pi x$ のとき，方程式の解を求めよ．

II-4　ある施設の時刻 $t=0$ から時刻 $t=t$ までの間に使用不能になる確率が $F(t)$ なる累積分布関数で表せたとする．この確率密度関数を $f(t)=\dfrac{dF(t)}{dt}$ とし，$R(t)=1-F(t)$ としたとき，時刻 $t=t$ における単位時間あたりの使用不能率（瞬時故障率）は $\lambda(t)=\dfrac{f(t)}{R(t)}$ で定義されるとする．

(1)　$F(t)$ を求めよ．ただし，$F(t)$ は $R(t)$ および $f(t)$ を用いることなく表現すること．

(2)　修復により施設が繰り返し使用可能であり，$\lambda(t)=\lambda_0$（定数）と表されるとき，施設の平均使用不能間隔（使用不能から次の使用不能までの時間間隔の期待値）を求めよ．

(3)　施設の信頼性を高める（冗長性を持たせる）ため，同じ使用不能率（$\lambda(t)=\lambda_0$）の施設を２つ並列に設置し，同時に稼働させることにした．このときの平均使用不能間隔は，(2)の何倍となるか．なお，一方，若しくは，両方の施設が機能している状態を使用可能な状態とする．

筆答専門試験科目(午後)　　29 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目)　　時間 13:30〜16:30

注 意 事 項

1. 問題は全部で10題ある. この中から5題を選択して解答せよ.
2. 解答は問題1題ごとに別々の解答用紙に記入せよ.
3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題名を記入せよ.
4. 貸与した電卓を使用してもよい.
5. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい.
6. 各問題の配点はそれぞれ 50 点, 合計 250 点満点とする.

(以下, 余白)

筆答専門試験科目（午後）　　29　大修

土木・環境工学系（C：土木・環境工学科目）　　時間　13:30～16:30

構造力学１

図-1 は，軟鋼を材料とする引張試験片（図-2）を用いて行った引張試験により得られた応力（σ）－ひずみ（ε）関係を表している．以下の問いに答えよ．

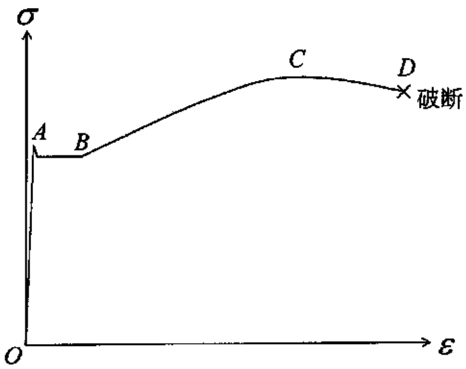


図-1　応力－ひずみ関係

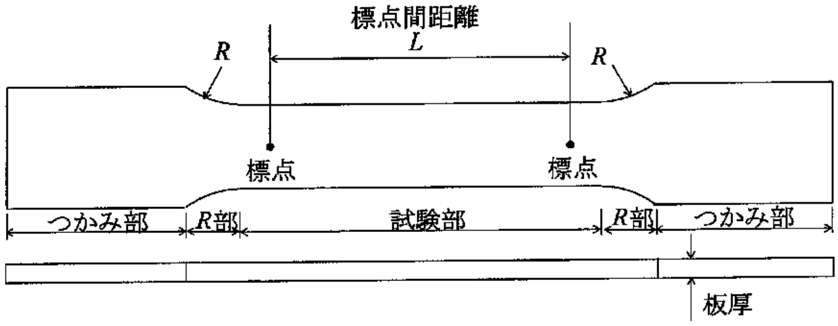


図-2　引張試験片

(1)　次の文章の空欄に適する語句もしくは式をそれぞれ答えよ．

図-1 中の AB 間に見られる平坦な部分は，[①]と呼ばれ，応力にほぼ変化が見られない中でひずみの増加が生じる領域である．BC 間は，[②]域と呼ばれており，ひずみの増加に伴い応力が上昇する領域となる．その後，応力の上昇は，C 点での応力，すなわち，[③]強度まで続き，C 点に達すると試験片に[④]が生じ，[④]が生じた部分で集中的に変形が進行し，破断（D 点）に達する．

図-2 に示す標点間距離 L の初期値を L_0，引張載荷時の変化分を $\Delta L(=L-L_0)$ とすると，公称ひずみ ε_n は，$\varepsilon_n =$ [⑤]と表される．また標点間のある断面の面積 A の初期値を A_0 とすると，荷重 P を用いて，公称応力 σ_n は，$\sigma_n =$ [⑥]と表される．一方，標点間距離の微小な変化分 dL を用いて，真ひずみ ε_t は $\varepsilon_t = \int_{L_0}^{L} \frac{dL}{L}$ と定義される．この式と公称ひずみの式から，真ひずみと公称ひずみの関係は，$\varepsilon_t =$ [⑦]と求められる．また，真応力 σ_t は，断面積の変化を考慮して各時点での断面 A と荷重 P を用いて $\sigma_t =$ [⑧]と表される．

(2)　図-1 は，「公称応力－公称ひずみ関係」，「真応力－真ひずみ関係」のどちらを示したものと考えられるか，その理由とともに答えよ．

(3)　一般的に鋼材の引張試験片は図-2 のような形状を有しているが，このような形状となっている理由を次の語句を全て用いて説明しなさい．なお，語句は複数回用いてよい．

【つかみ部，試験部，R 部，応力集中】

(4)　破断時の真ひずみ ε_f を，破断時の断面積 A_f と初期断面積 A_0 を用いて表せ．なお，体積一定変形を仮定してよい．また，この手法による ε_f の評価の利点を述べよ．

筆答専門試験科目(午後)　　２９ 大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目)　　時間 13:30～16:30

構造力学２

1. 図-1 に示すように，長さ l で単位長さ当り q の自重を持つ直線ばりが両端を単純支持されたとき，はり中央のたわみ δ_c を求めなさい．ただし，答えだけでなく，計算プロセスも示しなさい．なお，はりはヤング率 E_1 の線形弾性体からなり，断面は一様でその断面 2 次モーメントを I とする．また，せん断による変形は無視できるとする．

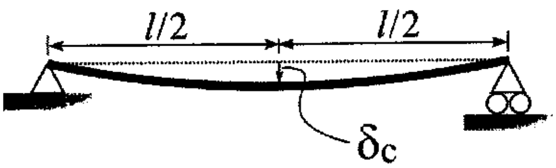


図-1 両端を単純支持された直線ばり

2. 図-2 に示すトラスの点 c に鉛直下向きの荷重 X が作用したとき，点 c における変位 v_c を求めなさい．ただし，すべてのトラス部材はヤング率 E_2 の線形弾性体からなり，断面積を A とする．また，トラス部材の自重は無視できるとする．

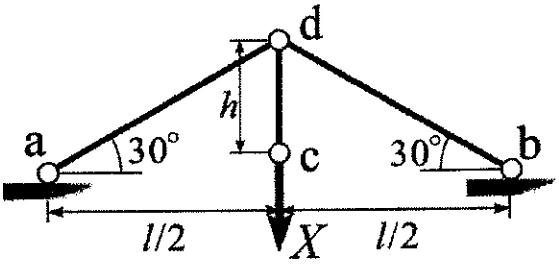


図-2 荷重を受けるトラス

3. 図-2 に示したトラスの節点 a と b を図-1 のはりの両端にピンで接合した後，たわんだはりの中央をジャッキアップしてトラスの節点 c とピンで接合した．その後，ジャッキを取り除いたところ，図-3 に示すように，はり中央のたわみ δ_c がゼロとなった．このとき，トラス部材 cd に作用する軸力 F_{cd} を求めなさい．また，トラス部材 cd の元の長さ h を求めなさい．ただし，はりに作用する軸力の影響は無視できるとする．

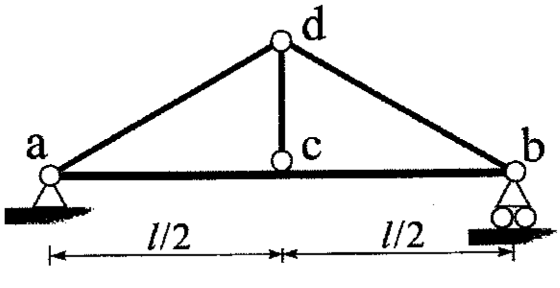


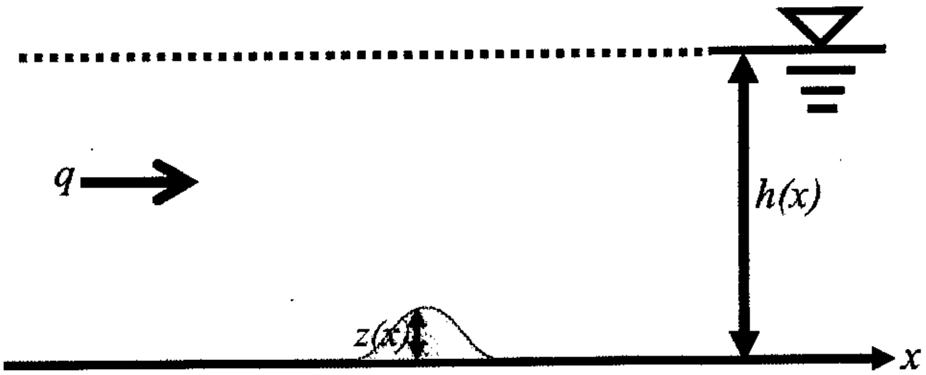
図-3 トラスを接合したはり

筆答専門試験科目（午後）　　29 大修

土木・環境工学系（C:土木・環境工学科目）　　時間 13:30～16:30

水理学 1

変化が緩やかで局所的な小突起を水路床に有する開水路の不等流（図－1）について，以下の問に答えよ．図－1 において，水路は一定幅の幅広矩形断面のもので，単位幅流量は q とし，水路床勾配は無視できるものとする．また，重力加速度は g であり，エネルギー補正係数 α=1 とする．問題文に記載されていない記号を用いる場合は，答案上で定義すること．



図－1．小突起を水路床に有する開水路の不等流．h は水深，z は小突起の高さで，どちらも x の関数．

(1) 常流と射流について，その定義や物理的意味を，合わせて 100 文字程度で記せ．必要ならば数式を用いてもよい．

(2) エネルギー損失が無視できる場合，全水頭 H を求めるための式を記せ．また，比エネルギー E を求めるための式も記せ．どちらについても導出は不要である．

(3) 上と同じくエネルギー損失が無視できる場合において，水面形を描くための式（常微分方程式）を導出せよ．

(4) 上記 (3) で導出された式に基づき，考え得る 4 種類の水面形の概略を描け．その際，E と h の関係を示す概略図を用いて，各水面形に対する簡潔な説明も記せ．

(5) 上記 (4) の 4 種類の水面形のうち，支配断面（滑らかに接続し，上下流を一意に決定する役割をもつ断面）が現れるのはどれか．理由とともに答えよ．

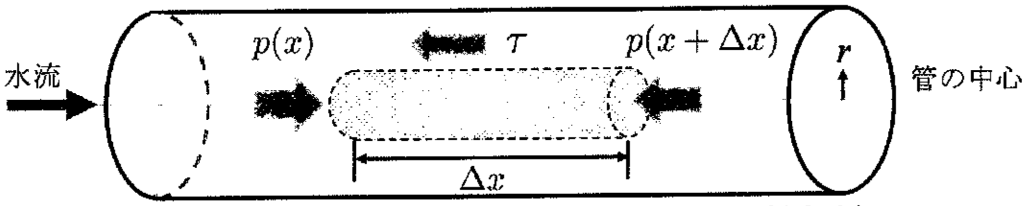
(6) 上記 (4) の 4 種類の水面形のうち，エネルギー損失が無視できるという仮定との矛盾が最も顕著であると考えられる水面形はどれか．理由とともに答えよ．

筆答専門試験科目（午後）　　２９ 大修

土木・環境工学系（C:土木・環境工学科目）　時間 13:30～16:30

水理学２

図－１のように水平に置かれた円管内を満管状態で水が流れている．円管断面の半径が a で，この流れが層流である場合，以下の問に答えよ．問題文に記載されていない記号を用いる場合は，答案上で記号を定義すること．なお、問２以降の解答では導出過程も記述すること．



図－１．円管内の流れ（p は圧力，τ はせん断応力）

１．以下の各用語について，その一般的な定義を 30 文字程度で説明せよ．

(1) 径深

(2) レイノルズ数

(3) レイノルズ応力

２．図－１のように円管内部の円筒状の領域を考える．流れ方向の圧力成分と摩擦成分の力の釣り合いを式に表し，その上でせん断応力 τ を圧力勾配 dp/dx と円管断面の中心からの距離 r で表現せよ．

３．断面方向の流速分布 u を距離 r の関数で表わせ．

４．この管路の流量 Q を圧力勾配 dp/dx を用いて表わせ．

５．平均流速を U とすると最大流速 u_{max} はどのように表せるか．最も簡単な式で答えよ．

６．壁面摩擦によるエネルギー損失が平均流速を用いたダルシー・ワイズバッハの式で表せるとき，レイノルズ数 Re と摩擦損失係数 f の関係式 $f=64/Re$ を導け．

筆答専門試験科目(午後) 29大修

土木・環境工学系(C:土木・環境工学科目) 時間 13：30～16:30

土質力学1

水による地盤の破壊現象を観測するために図−1 に示すような上向き浸透流実験を一様な砂試料，粘土試料について行った．両試料とも内壁が滑らかで断面積 $1\mathrm{m}^2$ の円筒容器内に厚さ 1m となるように供試体を作製し，砂供試体は飽和度(S_r)100%であり，粘土供試体は締固めによって作製したので，空気を含んでいる．容器の底部には断面が十分大きなホースがつけてあり，ホース端と供試体上面の水位(Δh)を変化させることにより供試体に上向きの浸透流を生じさせた．試料の比重(G_s)，最小・最大間隙比(e_{min}, e_{max})，供試体の透水係数(k)，飽和単位体積重量(γ_{sat})，湿潤単位体積重量(γ_t)，間隙比(e)は図−1に示すとおりである．水の単位体積重量(γ_w)を $10\mathrm{kN/m^3}$ として，以下の問いに答えよ．

(1) 砂供試体の相対密度(D_r)はいくらか．

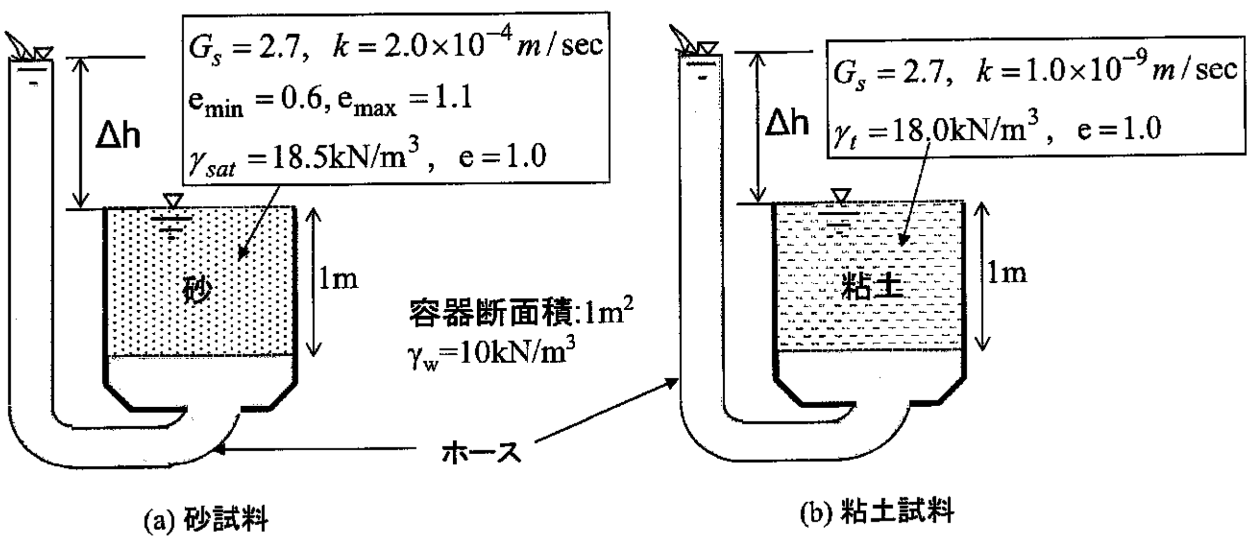
(2) 粘土供試体の飽和度(S_r)はいくらか．

(3) 砂供試体に対して Δh=0.2m とした場合の，単位時間当たりの透水量はいくらか．

(4) 砂、粘土供試体に対して Δh をゆっくりと増加させていった場合，それぞれの供試体で生じる破壊現象として最も適切なものは，ボイリング，ヒービング，パイピングの内どれか．また，その破壊現象が生じる Δh はそれぞれいくらか．

(5) 浸透実験開始前と破壊時では供試体内の深さ方向の鉛直有効応力分布はどのように変化するか．二つの供試体について図等を使って説明せよ．

(6) 上記の実験を寸法は同じで粗い内壁をもつ容器で行った場合，破壊現象が生じる Δh が滑らかな内壁の容器の実験と比べて大きくなるのはどちらの試料か，理由を含めて説明せよ．



図−1 上向き浸透流実験

筆答専門試験科目（午後）　　　　２９ 大修

土木・環境工学系（C:土木・環境工学科目）　時間 13:30～16:30

土質力学２

1．図-1 に示す様に，厚さ 5m の飽和した砂質土の下に厚さ 10m の飽和した過圧密粘土層が広範囲に堆積している．過圧密粘土層の過圧密比（*OCR*），含水比（*w*），土粒子比重（*Gs*），圧縮指数（*Cc*），膨潤指数（*Cs*）は，図-1 に示す通りである．砂質土地盤上に高さ 5m の盛土を広範囲に建設した時について，以下の設問に答えよ．なお，計算にあたっては，γ_w = 10kN/m^3 とし，また粘土層中央部での応力状態を代表値として用いること．

(1) 粘土層の中央深度 (z = -10m) での初期間隙比，初期鉛直応力，先行圧密圧力を求めよ．

(2) 盛土建設後の粘土層の圧密圧縮量を求めよ．

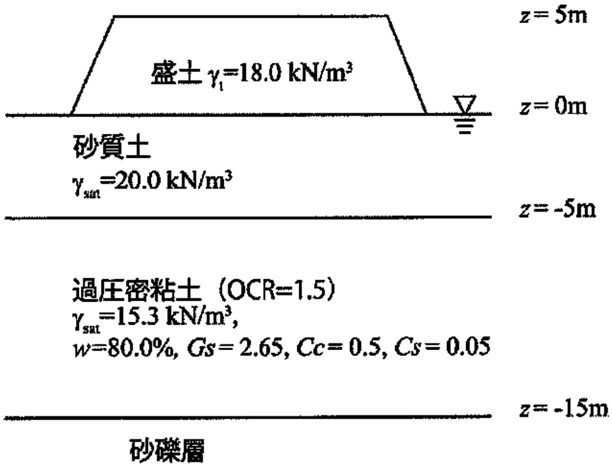


図-1　地盤条件

2．図-2 に示す様な直方体のコンクリート製の擁壁がある．擁壁は原地盤の粘性土中に 2m 根入れされ，背後は 8m の高さまで砂質土で埋立られている．擁壁の単位体積重量は 24.0kN/m^3 であり，地盤の特性は図-2 に示す通りである．以下の問いに答えよ．

(1) 擁壁に作用する主働土圧合力（Pa_1 と Pa_2）ならびに受働土圧合力（Pp_2）を求めよ．

(2) 擁壁の滑動安全率を求めよ．なお，滑動安全率は，擁壁に作用する主働土圧合力（Pa_1, Pa_2），受働土圧合力（Pp_2），擁壁底面での抵抗力（F）の比（$(Pp_2+F)/(Pa_1+Pa_2)$）で表される．

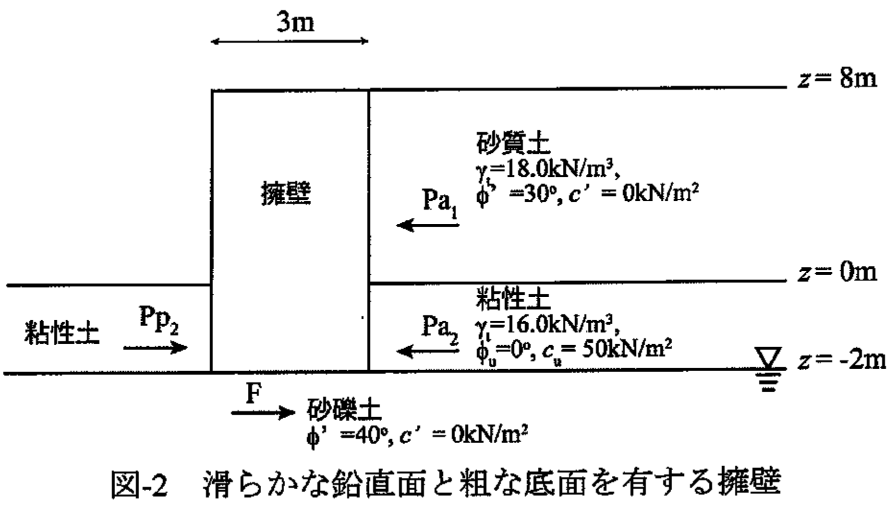


図-2　滑らかな鉛直面と粗な底面を有する擁壁

筆答専門試験科目（午後）　29 大修

土木･環境工学系（C:土木･環境工学科目）　時間 13:30～16:30

コンクリート工学1

1．次の設問に，それぞれ50字程度で答えよ．なお，説明には，図や表を用いてもよい．

(1) 骨材の粒度を表す方法を2つ挙げて，それぞれを簡単に説明せよ．

(2) シリカフュームを混和材として用いる効果を説明せよ．

(3) 減水剤によるセメント粒子の分散効果のメカニズムを説明せよ．

(4) コンクリートのワーカビリティとコンシステンシーの違いを説明せよ．

2．コンクリートのクリープに関して，次の設問に答えよ．

(1) クリープが起こるメカニズムを説明せよ．

(2) クリープ破壊が起こる下限の応力であるクリープ限度は，おおよそどの程度か．

(3) クリープによるひずみが大きくなる条件を次のうちから選んで記せ．

① セメントペースト量が（　少ない　，　多い　）．

② 載荷時の材齢が（　小さい　，　大きい　）．

③ 周辺の大気温度が（　低い　，　高い　）．

④ 部材寸法が（　小さい　，　大きい　）．

3．下表の条件を満たすコンクリートの配合設計を行うこととした．このとき，次の設問に答えよ．ただし，計算にあたっては，セメントの密度は 3.15g/cm^3，細骨材と粗骨材の密度（表面乾燥飽水状態）はそれぞれ，2.60g/cm^3，2.70g/cm^{3}とする．

設計基準強度(N/mm^2)	スランプ(cm)	空気量(%)
30	8±2.5	4.5±1.5

(1) 水セメント比が 40%と 80%のコンクリートの試し練りを行って，圧縮強度試験を行ったところ，40N/mm^{2}と 16N/mm^{2}の結果を得た．強度の割り増し係数を 1.1 として，コンクリートの水セメント比を求めよ．

(2) 配合検討の結果，単位水量が 165kg/m^3，細骨材率（s/a）が 43.0%となった．このとき，セメント，水，細骨材および粗骨材の単位量を求めよ．

(3) (2)で得られた配合を現場配合に修正する方法を 100 字程度で説明せよ．

4．コンクリート構造物の塩害に関して，次の設問に答えよ．

(1) 塩害が発生するメカニズムを 100 字程度で説明せよ．

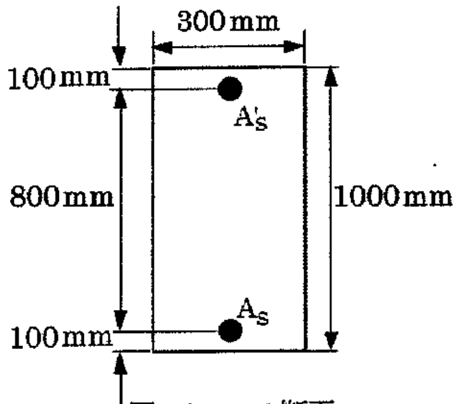
(2) 既設の鉄筋コンクリートはりからコアを採取して，コンクリート中の塩化物イオン濃度を調べたところ，下表が得られた．鉄筋（D25）のかぶりが 50mm であるとき，この鉄筋が腐食しているかどうか判定せよ．また，その理由を述べよ．なお，この構造物は建設後 40 年が経過している．

コンクリート表面からの距離(mm)	0～10	10～20	20～30	30～40	40～50	50～60
塩化物イオン濃度(kg/m^3)	13.5	8.3	5.7	2.5	1.0	0

(3) (2)のはりに対して適切な補修・補強工法を，その根拠とともに提案せよ．

コンクリート工学 2

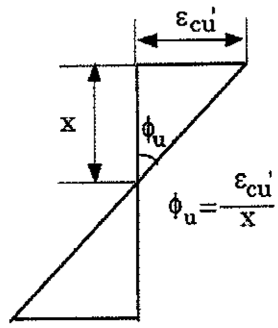
図－1 に示す曲げを受ける鉄筋コンクリート長方形断面がある．圧縮鉄筋と引張鉄筋の断面積は表－1 に与えられているように 3 ケースある．コンクリートの圧縮強度は $f_c' = 30$ N/mm^2 であり，コンクリートの圧縮縁ひずみが $\varepsilon_{cu}' = 0.0035$ となったときを破壊と定義する．鉄筋の降伏強度（圧縮・引張共）とヤング係数はそれぞれ，$f_y = 400$ N/mm^2, $E_s = 200$ kN/mm^2 である．曲げ破壊時のコンクリートの圧縮力の計算には，等価応力ブロック（$0.85 f_c' \times 0.8x$）を用いてよい．ここに x は，断面の圧縮縁から中立軸までの距離である．なお，曲げ破壊時にはコンクリートの引張抵抗は無視する．また，鉄筋は完全弾塑性体とする．



図－1　RC断面

表－1　鉄筋断面積

ケース	As (mm²)	A's (mm²)
1	4500	0
2	9000	0
3	4500	4500



図－2 曲げ破壊時の曲率の定義

曲げ破壊時の断面の曲率 ϕ_u の定義は図－2 に示す通りである．以下の各問に答えよ．

(1) 1～3 の各ケースの断面の破壊モーメント M_u (kN·m) と破壊時の曲率 ϕ_u (1/m) を求めよ．ならびに各ケースの破壊形態を判定し，M_u，ϕ_u とともに表の形で示せ．

(2) (1)で得られた結果を参考に，引張鉄筋と圧縮鉄筋が，断面の破壊モーメント M_u と破壊時の曲率 ϕ_u に及ぼす影響について，100 字程度で簡潔に説明せよ．

筆頭専門試験科目（午後）　　２９　大修

土木・環境工学系（C: 土木・環境工学科目）　時間 13:30～16:30

土木計画学 1

1．以下の (1)～(3) について，示されている 2 つの用語の相違が分かるよう，それぞれ 100 字程度で説明しなさい．必要に応じて，適宜数式等を定義して説明に用いてもよい．

(1) 都市計画における「市街化区域」と「用途地域」

(2) インフラ投資の「フロー効果」と「ストック効果」

(3) 費用便益分析における「純現在価値」と「内部収益率」

2．以下の数理最適化問題を解きなさい．

(1) 目的関数：　$\max.\, z\,(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$

制約条件：

$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 \leq 10 \\
&2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\
&x_1 + 3x_2 \leq 21 \\
&x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

(2) 目的関数：　$\min.\, z\,(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 4x_2$

制約条件：

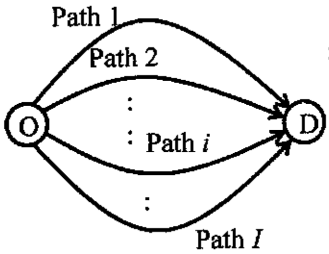
$$
\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 = 1 \\
&x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

筆答専門試験科目（午後）　　　　29 大修

土木・環境工学系（C:土木・環境工学科目）　　　時間 13：30〜16：30

土木計画学２

１．単一 OD ペア間に重複のない I 本の経路(path)を持つ道路ネットワーク（下図）における利用者均衡について，以下の問いに答えなさい．なお，利用者は完全情報を持ち合理的に経路選択行動を行うとし，OD ペア間の交通需要 Q は与件とします．



経路 $i(=1,2,\ldots,I)$ の旅行時間関数

$t_i(x_i)=A_i + B_i x_i$

x_i：経路交通量

A_i, B_i:　パラメータ(正で与件)

(1) 利用者均衡の定義を述べなさい．

(2) 利用者均衡状態で，利用されている経路（正の交通量が流れている経路）が経路 1 と経路 2 だけであるとき，それぞれの経路の交通量を式で表現しなさい．

(3) 利用者均衡状態で，I 本の経路のうちどの経路が利用されるかが事前にはわからないとき，各経路の交通量を求める方法について説明しなさい．

２．選択行動を記述する際に用いられる確率効用モデルについて，下線部①〜⑧に当てはまる適切な文字，数字，図形を答えなさい．

(1)個人 n が選択肢 i を選択するときの効用U_{ni}は，確定項V_{ni}と確率項ε_{ni}の和で表される．選択肢の数が 2 つであるとき，個人 n が選択肢 1 を選択する確率P_{n1}は，

$$P_{n1} = Prob[U_{n1} \geq U_{n2}] = Prob[V_{n1} + \varepsilon_{n1} \geq V_{n2} + \varepsilon_{n2}]$$

で表現される．確率項が互いに独立な同一のガンベル分布に従うとしたとき，P_{n1}を式で書くと＿①＿と表せる．このモデルを＿②＿と呼ぶ．横軸に効用の確定項の差$(V_{n1} - V_{n2})$を取り，選択確率P_{n1}の概形を描くと＿③＿となる．一方，確率項が＿④＿に従うときのモデルはプロビットモデルと呼ばれている．

(2) 効用の確定項は選択肢の属性や個人属性を説明変数として，$V_{ni} = \sum_k \theta_k \ X_{nik}$ と表現される．ここにθ_kは k 番目の属性に対するパラメータで，X_{nik}は個人 n の選択肢 i に関する k 番目属性の値である．行動調査により，個人 n が選択肢 i を選択したか否かに関するデータδ_{ni}（個人 n が選択肢 i を選択したとき 1，そうでなければ 0）が得られた時，パラメータを推定する方法は＿⑤＿と呼ばれる．モデルによる選択確率と実際の選択結果が整合しているかの尤もらしさを尤度関数で表現すると＿⑥＿と書ける．推定したパラメータの有意性は＿⑦＿により判断する．モデル全体の妥当性については，＿⑧＿により判断する．

筆答専門試験科目(午後)　　29 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)　　時間 13:30~15:30

注　意　事　項

1. 問題1 ～ 問題8 のうちから4つの問題を選択して解答せよ.
2. 解答は各問題ごとに別々の解答用紙に記入せよ.
3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題番号を記入せよ.
4. 定規・コンパス・電卓・辞書は使用してはならない.
5. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい.
6. 各問題の配点はそれぞれ 50 点, 合計 200 点満点とする.

(以下, 余白)

筆答専門試験科目(午後)　29 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)　時間 13:30〜15:30

問題1　正規分布に従う疑似乱数は，モンテカルロ・シミュレーションなど，工学問題の解決に際して重要な役割を果たす．一般に，互いに独立な確率変数 $X_i\ (i \in \mathbb{N})$ の確率密度関数を $f_{X_i}(x_i)$ とすると，$\boldsymbol{X}$ の同時確率密度関数 $f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x})$ は，以下のようになる．

$$f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) = \prod_i f_{X_i}(x_i) \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \cdots)$，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots)$ である．このことを用いて，区間 $(0, 1]$ で一様分布する一様乱数を用いて正規分布に従う乱数を発生させる方法について，以下の問1〜7に答えよ．

問1. 標準正規確率密度関数は確率変数を X とすると，

$$\Phi_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}x^2\right] \tag{2}$$

である．いま，G_1, G_2 を互いに独立な標準正規確率変数とすると，G_1, G_2 の同時確率密度関数 $f_{G_1,G_2}(g_1, g_2)$ を求めよ．

問2. $0 < r_1, r_2 \leq 1$，$r_1, r_2 \in \mathbb{R}$ で，ln は自然対数を表わすとき，以下の変数変換を考える．

$$\begin{aligned} g_1 &= \sqrt{-2\ln r_1}\sin(2\pi r_2) \\ g_2 &= \sqrt{-2\ln r_1}\cos(2\pi r_2) \end{aligned} \tag{3}$$

このとき，ヤコビ行列 $\boldsymbol{J}$,

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial g_1}{\partial r_1} & \dfrac{\partial g_1}{\partial r_2} \\ \dfrac{\partial g_2}{\partial r_1} & \dfrac{\partial g_2}{\partial r_2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

を求めよ．

問3. ヤコビ行列の行列式 $|\boldsymbol{J}|$ が $2\pi/r_1$ となることを示せ．

問4. 以上の結果より，G_1，G_2 の同時確率密度関数 $f_{G_1,G_2}(g_1, g_2)$ を変数変換して，R_1，R_2 の同時確率密度関数が

$$f_{R_1,R_2}(r_1, r_2) = 1 \tag{5}$$

となることを示せ．

問5. 式(5)より，R_1，R_2 はどのような確率分布に従う確率変数と言えるか．

問6. 以上の結果を用いて，互いに独立で，平均0，標準偏差1の2つの標準正規乱数を発生させる方法を述べよ．

問7. 問6で得られた標準正規乱数から平均 μ，標準偏差 σ の正規乱数を得る方法を述べよ．

筆答専門試験科目(午後)　29 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)　時間 13:30〜15:30

問題２　確率変数に関する Jensen の不等式からは，工学で有用なさまざまな公式が導かれることが知られている．以下では，$I = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ とおき，関数 $h : I \to \mathbb{R}$ が次の条件 $(*)$ を満たすことを仮定する．

条件 $(*)$：任意の $y \in I$ に対し，ある $\alpha \in \mathbb{R}$ が存在して

$$h(x) \geq h(y) + \alpha(y - x) \quad (\forall x \in I)$$

が成立する．

また，X は正の値のみをとり得る確率変数であるとし，その期待値を $\mathrm{E}[X]$ で表す．次の問 1〜5 に答えよ．

問 1. 条件 $(*)$ において，$x = X, y = \mathrm{E}[X]$ とおいたときに得られる不等式をつくれ．

問 2. 問 1 の不等式の両辺の期待値をとることで，Jensen の不等式

$$\mathrm{E}[h(X)] \geq h(\mathrm{E}[X])$$

が成り立つことを示せ．

問 3. I 上で定義される関数 $g(z) = \log z + \dfrac{1}{z}$ の最小値を求めよ．

問 4. $\alpha = h'(y)$ とおくことで，関数 $h(x) = -\log x$ が条件 $(*)$ を満たすことを示せ．

問 5. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ を正の実数とする．問 2 の不等式において $h(x) = -\log x$ とおき，X のとり得る値が $a_1, a_2, \ldots, a_n$ であるとすることで，相加相乗平均の不等式

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \geq (a_1 a_2 \cdots a_n)^{1/n}$$

が成り立つことを示せ．

筆答専門試験科目（午後）　　29　大修

土木・環境工学系（M：数理学科目）

時間　13:30～15:30

問題3　地震波の伝播に関する以下の問1～3に答えよ．

問1．地震波の波線に関する以下の文章中の空欄 ① から ④ に入れる語句として最も適切なものをそれぞれの選択肢ア～オからひとつ選択せよ．

地震波の ① に対する法線は波線といわれ，地震波が伝播する方向を示している． ② の波線は平行な直線群となる．点震源から発生した ③ の波線は，震源から放射状に広がる直線群となる．均質な地層を地震波が伝播する場合には，波線は変化しないが，速度の異なる2つの地層の境界面では，波線の方向は変化する．波線が示す地震波の経路は，「波線は ④ の経路をたどる」というFermat の原理に従って，観測点の位置や地層の速度分布などから決まる．

①	ア 波面	イ 断層面	ウ 不連続面	エ 節面	オ 褶曲面
②	ア 後続波	イ 散乱波	ウ 平面波	エ 球面波	オ 定常波
③	ア 後続波	イ 散乱波	ウ 平面波	エ 球面波	オ 定常波
④	ア 最大速度	イ 最小速度	ウ 最長時間	エ 最短時間	オ 平均速度

問2．図1のように，表層と基盤からなる水平成層モデルを考える．均質な表層と基盤の P 波速度を V_1 と V_2（$V_2 > V_1$）として，表層の厚さを h とする．いま，原点 O にある地表震源から出射した P 波が点 A(a,h) で境界面を通過し，地中の点 B$(r,b+h)$ に到達する場合を考える．以下の問いに答えよ．

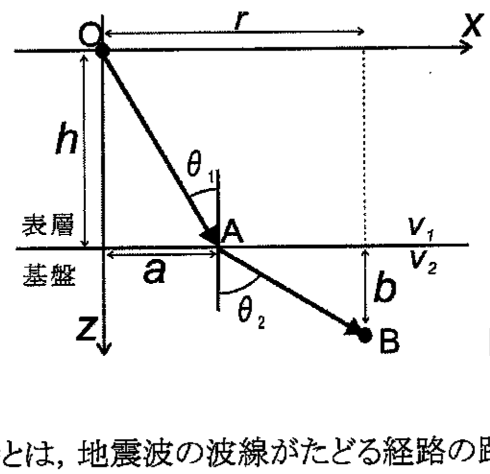


図1

(1) 2地点間の地震波の走時とは，地震波の波線がたどる経路の距離を地層の速度で除した時間である．点 A と点 B の座標と表層の厚さを用いて，震源から点 B の間の P 波の走時を求めよ．

（次のページに続く）

(2) 入射角θ_1と屈折角θ_2の間に，Snell の法則$\dfrac{\sin\theta_1}{V_1}=\dfrac{\sin\theta_2}{V_2}$が成り立つことを(1)の結果と Fermat の原理を用いて示せ.

(3) 屈折角が 90 度となる場合の入射角は，臨界角といわれている．V_1とV_2を用いて，図1のモデルの P 波の臨界角を求めよ.

(4) 臨界角で表層から基盤に入射した P 波は，基盤の上面を伝播し，再び地表に到達することになる．この場合の地表震源から P 波が距離 d の地表の点まで伝播する経路を図で描き，その走時を求めよ.

問3. 問2で示した地震波の伝播現象が地震ハザードの評価においてどのように使われているかについて 100 文字以内で述べよ.

筆答専門試験科目（午後）　　29 大修

土木・環境工学系（M:数理学科目）

時間　13:30～15:30

問題4　「レジリエンス」に関する文章を読んで，以下の問 1～4 に答えよ．

近年，大きな災害が繰り返し発生し，我々は予想外・想定以上のハザードに見舞われている．そこで，最近では被害の発生を前提とした防災・減災のあり方として，被害を抑止する「予防力」と，復旧時間を短縮する「回復力」の双方を高めて，「レジリエンス」を持たせることが重要である，という考えがある．

図 1 には災害前後における社会の機能レベルの推移を示している．平常時には 100%あった社会の機能レベルは，災害発生時には被害によって低下し，その後の応急・復旧対応により 100%に回復する．灰色部分の面積が社会の「脆弱性」である．災害に強い持続可能な社会とは，「予防力」と「回復力」を備えて，災害に対する「脆弱性」を小さくすることを目指した社会のことである．

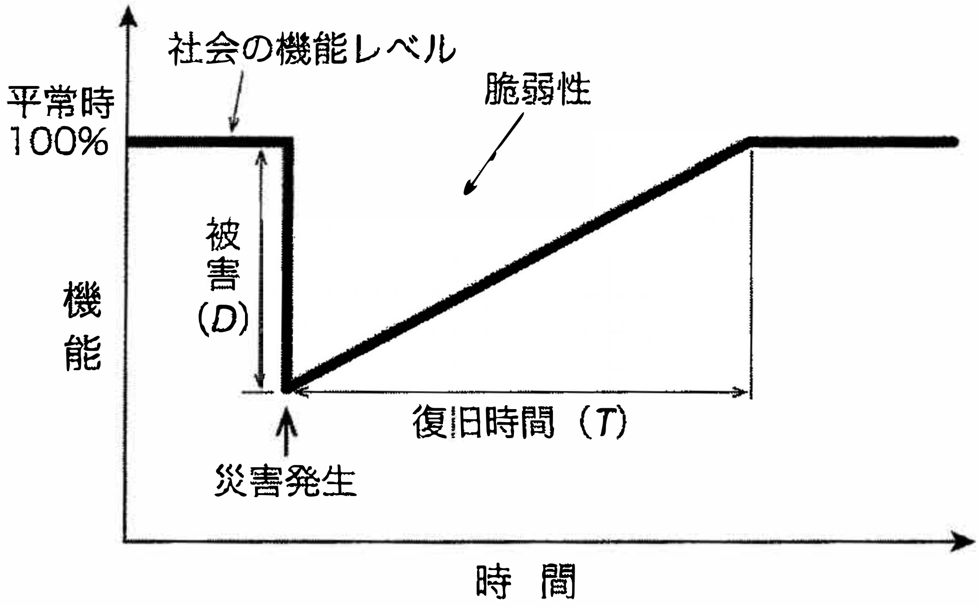


図 1

そして，米国の地震工学研究の学際組織 MCEER（Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research）によると，「レジリエンス」の基本要素には以下に示す 4 つの"R"があると言われている．

- Robustness -

（次のページに続く）

・Redundancy -

・Resourcefulness - 引用部分は著作権法に従って削除しています。
引用文は出典を参照してください。

・Rapidity -

(出典:MCEER's Resilience Framework, Earthquake Engineering to Extreme Events, https://mceer.buffalo.edu/research/resilience/Resilience_10-24-06.pdf)

問 1. 図 1 の機能レベルを持つ社会に「レジリエンス」を持たせることを考える.「予防力」を高めて被害を半分に抑え, さらに, この社会の「回復力」を 1.5 倍にした場合, 社会の機能レベルの推移を図示せよ. なお, 社会の機能レベルは災害後には直線的に回復するものとし, 社会の「回復力」は, 発生した被害を D, 復旧時間を T とした場合に D/T で表せるものとする.

問 2. 問 1 のように「レジリエンス」を持たせた社会は, 以前と比べて,「脆弱性」が何分の 1 に減少するのか説明せよ.

問 3. 「レジリエンス」を持たせるための具体的な防災・減災対策を, 基本要素ごとにそれぞれ 100 文字程度で答えよ.

問 4. 「レジリエンス」の 4 つの基本要素のうち, どれが「予防力」で, どれが「回復力」に相当するのかを答えよ.

筆答専門試験科目（午後）　　29 大修

土木・環境工学系（M：数理学科目）　　時間 13:30～15:30

$\boxed{\text{問題5}}$ 流体力学に関する以下の問1～2に答えよ．

問1. 次の文章の$\boxed{\quad 1 \quad}$～$\boxed{\quad 4 \quad}$の中に入れるべき適切な語を，各々，解答群から選んで答えよ．

粘性のある流体が，静止した壁面に沿って流れると壁面上では流体速度は 0 となるため，壁面近傍には流体速度が急変する領域が存在する．この領域を$\boxed{\quad 1 \quad}$と呼ぶ．

空気や水をはじめとした自然に存在する多くの流体では，この領域において，粘性係数と壁面法線方向の$\boxed{\quad 2 \quad}$に比例したせん断応力が流体に作用し，壁面に摩擦抵抗をもたらす．この関係に従う流体を$\boxed{\quad 3 \quad}$と呼ぶ．

一方，粘性の影響は，流体の運動を複雑にするので，しばしば，粘性をもたない流体，すなわち，$\boxed{\quad 4 \quad}$を仮定することがある．

解答群：

剥離せん断層　速度境界層　乱流混合層　安定成層

平均速度　速度勾配　平均運動エネルギー　エネルギー散逸率

完全流体　ビンガム流体　ニュートン流体　非ニュートン流体

問2. 図1のように容器の側壁に小さな穴をあけ，粘性は無視できる液体を水平に流出させた．容器の液面のある地点を地点1，小さな穴の中心を地点2，流出した液体の基準水平面へ到達する地点を地点3とする．地点1における容器の断面積，液体の流速，基準水平面からの高さを各々A_1，u_1，h_1とし，地点2におけるそれぞれをA_2，u_2，h_2とする．液面の地点1から小さな穴の地点2を通り，基準水平面の地点3に至る流線（図中の-----）を考えた時に，以下の設問に答えよ．

ただし，液体の密度はρ，重力加速度はgを用いること．地点1，地点2の圧力は，いずれも大気圧と等しいと仮定する．地点2で液体が容器から流出する際の出口の圧力損失は無視する．また，液体が地点2より定常的に流速u_2で流出しているものとする．

（次のページに続く）

(1) 同一流線上であれば，運動エネルギー（$\frac{1}{2}\rho u^2$），圧力のエネルギー（p），位置エネルギー（ρgh）の和は一定となる．この定理を何と呼ぶか答えよ．

(2) 地点 1 及び地点 2 に上記の定理を適用し，エネルギーの釣り合いの式を示せ．

(3) 液面の低下による単位時間あたりの液体の減少量を，u_1 及び A_1 を用いて求めよ．

(4) 容器からの単位時間あたりの液体の流出量を，u_2 及び A_2 を用いて求めよ．

(5) 液面の低下による単位時間あたりの液体の減少量と単位時間あたりの容器からの液体の流出量が等しいとして，u_1 を A_1 及び u_2，A_2 を用いて表現せよ．

(6) 以上を踏まえ，地点 2 の流速 u_2 を，g，h_1，h_2 を用いて表現せよ．A_1 は A_2 に比べ十分に大きいとし，適宜，近似してもよい．

(7) 地点 2 と地点 3 の水平距離 L を求めよ．ただし，空気抵抗は無視する．

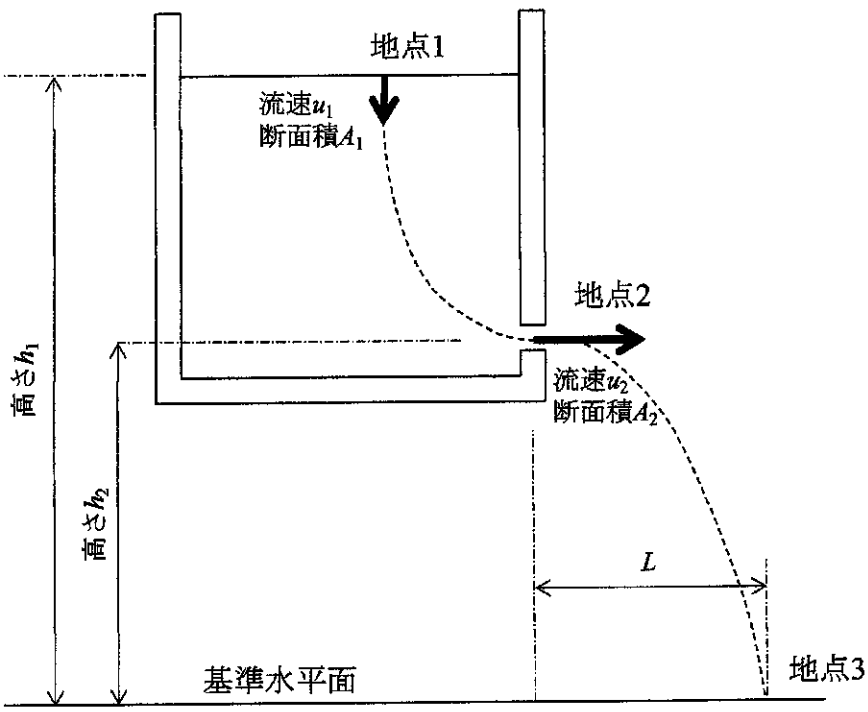


図 1

筆答専門試験科目（午後）　29 大修

土木・環境工学系（M:数理学科目）　時間 13:30〜15:30

問題6　建物の断熱性や省エネルギー性を高めるために，開口部において二重ガラスの窓が用いられることがある．ここで，ガラス窓を通しての熱の通過，すなわち伝熱を 1 枚ガラスの場合と二重ガラスの場合で考える．伝熱はすべて定常と仮定し，ガラス窓に垂直方向の 1 次元で考えることとする．以下の問 1〜6 に答えよ．

問 1. 1 枚ガラスの場合において，ガラスの厚さを l_G[m]，熱伝導率を k_G[W/(m・K)]，室内側の対流熱伝達率を h_1[W/(m^2・K)]，室外側の対流熱伝達率を h_2[W/(m^2・K)]とする．対流と熱伝導による熱の通過を考え，熱放射による伝熱を無視した場合，ガラス窓を通しての熱の伝わり易さを示す熱通過率 K[W/(m^2・K)] [*1] を表す式は以下のア〜オのいずれか答えよ．

[*1] 熱貫流率ともいう．

ア　$\dfrac{k_G}{l_G}$

イ　$h_1+\dfrac{k_G}{l_G}+h_2$

ウ　$\dfrac{1}{{}^{1}/_{h_1}+{}^{l_G}/_{k_G}+{}^{1}/_{h_2}}$

エ　$\dfrac{1}{h_1}+\dfrac{l_G}{k_G}+\dfrac{1}{h_2}$

オ　$\dfrac{h_1+k_G+h_2}{l_G}$

問 2. 冬の夜に室温が 20℃で外気温が 0℃のとき，問 1 の 1 枚ガラスの窓を通して対流と熱伝導により室内から室外に放出される熱量 Q[W]を求めよ．ただし，ガラス窓の仕様や表面の対流熱伝達率は次の通りとする．
厚さ l_G : 3[mm]，熱伝導率 k_G : 1.0[W/(m・K)]，大きさ：高さ 1000[mm]×幅 900[mm]，室内側の対流熱伝達率 h_1 : 10[W/(m^2・K)]，室外側の対流熱伝達率 h_2 : 20[W/(m^2・K)]

（次のページに続く）

問 3. 問 1 のガラス 2 枚を用いて二重ガラスにした場合を考える．二重ガラスの間には隙間を設け，その隙間の大きさを l_A[m]，空気の熱伝導率を k_A[W/(m・K)]とする．ガラス間での対流を無視し，1 枚ガラスと同様に熱放射による伝熱を無視した場合，ガラス窓を通しての熱通過率 K' [W/(m^2・K)]を式で表せ．

問 4. 問 3 の二重ガラスにおいて，ガラス間の隙間 l_A を 6[mm]，空気の熱伝導率 k_A を 0.025 [W/(m・K)]として，それ以外の条件は問 2 の 1 枚ガラスの場合と同じとしたとき，ガラス窓を通して室内から室外に放出される熱量は，ガラス 1 枚の場合と比べて何パーセントになるか答えよ．

問 5. 問 4 の条件のときに，室内から室外の温度分布を図に示し，その特徴を 150 字以内で記せ．

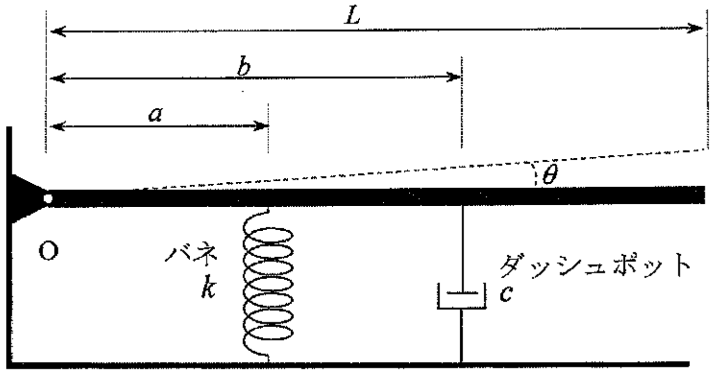
問 6. 二重ガラスの隙間における熱放射による伝熱を考慮した場合，問 3 のように熱放射を考慮しない場合と比べて，室内から室外に放出される熱量はどのように変化するのか，理由とともに 100 字以内で記せ．

筆答専門試験科目（午後）　29 大修

土木・環境工学系（M:数理学科目）

時間 13:30〜15:30

問題7 図に示すような質量 m を有する一様な長さ L の細い剛体棒が，バネとダッシュポットによって水平に保たれている．ここで，バネから支点 O までの距離を a，ダッシュポットから支点 O までの距離を b，バネの剛性（バネ定数）を k，ダッシュポットの粘性係数を c とする．なお，支点 O には摩擦がなく，棒は自由に回転でき，回転角 θ は微小であると考える．（ア）〜（オ）の空欄を埋めよ．



バネの変形を $u(t)$，ダッシュポットの速度を $\dot{u}(t)$ とした場合，それぞれに発生する力は，$ku(t)$ および $c\dot{u}(t)$ となる．ここで，t は時間を表す．点 O まわりの剛体棒の慣性モーメントが $mL^2/3$ であることを考慮すると，θ に関する微小回転振動の運動方程式は次式で表される．

$$\frac{mL^2}{3}\ddot{\theta}(t)+\boxed{\text{（ア）}}\dot{\theta}(t)+\boxed{\text{（イ）}}\theta(t)=0 \qquad (1)$$

$c=0$（無減衰）と考えた場合における固有円振動数 ω は次式で表される．

$$\omega=\boxed{\text{（ウ）}} \qquad (2)$$

式(1)の運動方程式の解を $\theta(t)=Ae^{\lambda t}$ とおいて代入し，根の判別式が 0 となるときの c を臨界減衰係数 c_c とする．c_c は次式で表される．

$$c_c=\boxed{\text{（エ）}} \qquad (3)$$

図の先端 L の位置に集中質量 m が追加された状態で，式(2)と同じ ω となるためのバネの位置 a' は次式で表される．

$$a'=\boxed{\text{（オ）}}\,a \qquad (4)$$

筆答専門試験科目(午後)　　29 大修

土木・環境工学系(M:数理学科目)　　時間 13:30～15:30

問題8　長さ $2L$ の紐（ひも）を考える．この両端を図１のように固定した状態を初期状態として，荷重を作用させたときの変形状態を考える．また，紐を引っ張った時の力と伸びに対するバネ定数を k とする．なお，紐の曲げ剛性，滑車の大きさ，および滑車・紐の重量ならびに両者間の摩擦は無視するものとする．以下の問１～３に答えよ．

問１．図２に示すように，中央に位置する滑車を介して荷重 P を作用させるものとする．このときの P と荷重点位置での荷重方向変位 w の関係が近似的に式(1)で与えられることを示せ． ただし，初期状態において既に引張力 N_0 が作用しており，$N_0/kL >> 1$ なる関係を満足し，さらに紐のたわみは紐の長さに対して十分小さいものと仮定する．

$$P \cong \frac{2N_0}{L} w \tag{1}$$

問２．図３のように、問１の状態(P は一定)から滑車を x（$0 \leqq x \leqq L/2$）だけ移動して，水平荷重 Q で支えるとき，Q と x の関係を求めよ．問１の導出に用いた仮定を用いてもよい．

問３．初期状態において $x=L/2$ の位置で滑車を紐に固定した上で荷重 P を作用させたときの状態（図４）と問２で考えた状態（図３）とを比較してその違いを 100 字程度で述べよ．

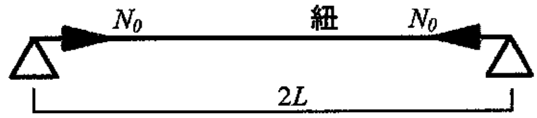


図１　初期状態

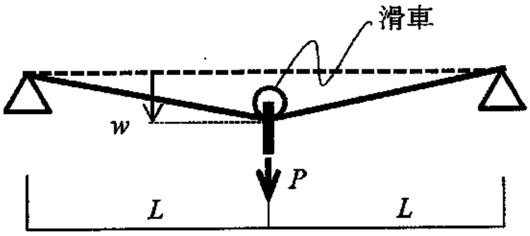


図２

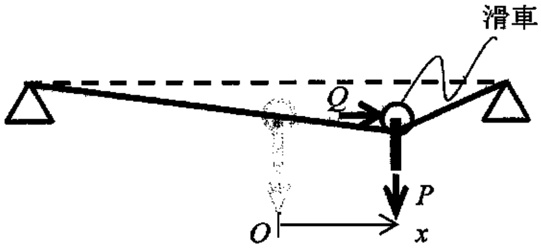


図３

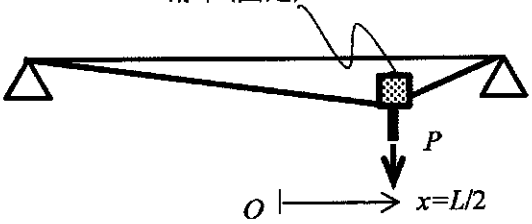


図４