方程式 $2x^2 - x + 3 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、$\alpha + \dfrac{1}{\beta}, \beta + \dfrac{1}{\alpha}$ を解とする 2 次方程式の 1 つは
$6x^2 - \boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イウ}} = 0$ である。　(金沢工業 2020)

方程式 $2x^2 - x + 3 = 0$ について解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

このとき、

$$\begin{aligned}\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\\ &= \frac{5}{6}\\ \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) &= \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + 2\\ &= \frac{25}{6}\end{aligned}$$

よって、方程式 $6x^2 - \boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イウ}} = 0$ について解と係数の関係より

$$\begin{aligned}\frac{\boxed{\text{ア}}}{6} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \frac{5}{6}\\ \frac{\boxed{\text{イウ}}}{6} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \frac{25}{6}\end{aligned}$$

より $\boxed{\text{ア}} = 5, \quad \boxed{\text{イウ}} = 25$