

第1回 場合の数と確率

1 問題 ★☆☆

問1 さいころを3個同時に投げる。

- (1) 目の和が6以上の確率を求めよ。
- (2) 目の積が4の倍数の確率を求めよ。

問2 以下の間に答えよ。

- (1) 6人の生徒が一列に並ぶ。並び方は何通りあるか。
- (2) 6人が円形のテーブルに座る。座り方は何通りあるか。
- (3) 6色の球を糸で繋いでネックレスをつくる。できるネックレスは何通りあるか。

問3 5人をA,B,Cの3つの部屋に入れる。

- (1) 部屋割りは何通りあるか。
- (2) どの部屋にも少なくとも1人以上は入れるとき、部屋割りは何通りあるか。

問4 SASAKIを並びかえて単語をつくることを考える。

- (1) SASAKIも含めて単語は何個できるか。
- (2) KがIより右にある単語は何個できるか。

問5 林檎、梨、柿がたくさん売ってある店がある。

- (1) 8個選んで買うとき、何通りの買い方があるか。
- (2) 8個選んで買う。3種類それぞれ少なくとも1つ以上は買うとき、何通りの買い方があるか。

問6 4個の赤球と3個の白球を一列に並べる。

- (1) 3個の白球が連続して並ぶ確率を求めよ。
- (2) 3個の白球がどの2個とも隣りあわない確率を求めよ。

問7 1つのさいころを6回続けて投げる。

- (1) 4以上の目がちょうど4回出る確率を求めよ。
- (2) 5回目に、3度目の4以上の目が出る確率を求めよ。
- (3) 1の目が1回、2の目が2回、3以上の目が3回出る確率を求めよ。

2 問題 ★★☆

問1 A,B の2人があるゲームをくり返し行う。1回のゲームでAが勝つ確率は $\frac{2}{3}$ 、Bが勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で引き分けはないという。

- (1) 先に3勝したほうを優勝とする。Aが優勝する確率を求めよ。
- (2) 1回目に勝つと1点、2回目に勝つと2点、3回目に勝つと3点とする。先に3点とったほうを勝ちとするとき、Aが優勝する確率を求めよ。

問2 1つのさいころをくり返し3回投げる。

- (1) 3回とも3以下の目が出る確率を求めよ。
- (2) 出る目の最大値が3である確率を求めよ。

問3 2つの袋A,Bがあり、Aには白球1個、赤球3個、Bには白球4個、赤球1個が入っている。さいころを投げて、1の目が出たらAの袋から、それ以外はBの袋から球を1個取り出す。

- (1) 取り出した球が赤球である確率を求めよ。
- (2) 取り出した赤球がAの袋から取り出された確率を求めよ。

3 問題 ★★★

1. さいころを20回投げる。

- (1) 1の目が k 回出る確率 $(0 \leq k \leq 20)$ を k を使って表せ。
- (2) 1の目が何回出る確率が最も大きいか。¹

2. 立方体の面を3色を用いて2つずつ同じ色に塗る。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 向かい合う2面が、どの組についても同じ色で塗られる確率を求めよ。
- (2) 向かい合う2面が、どの組についても同じ色にならない確率を求めよ。
- (3) 向かい合う2面の組のうち、2面の色が同じ色になる組の個数の期待値を求めよ。

3. いびつなサイコロがあり、1から6までのそれぞれの目が出る確率が $\frac{1}{6}$ とは限らないとする。このサイコロを2回ふったときに同じ目が出る確率 P について $P \geq \frac{1}{6}$ を示せ。また、等号が成立するための必要十分条件を求めよ。²

¹直感と一致するか？

²実は確率問題と見せかけて、不等式の証明問題である。